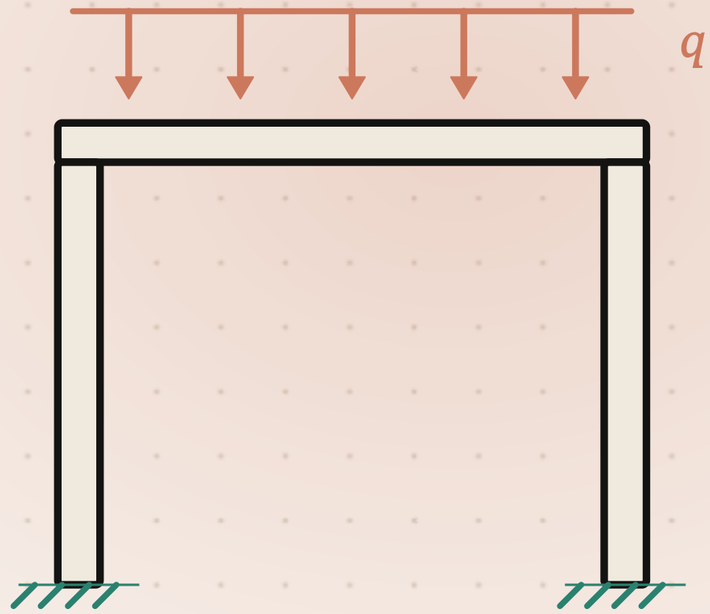
MSDL
MULTIPHYSICS SYSTEMS DESIGN LAB.
다중물리시스템연구실

기계설계 Mechanical Design

1부

구조해석

Structural Analysis



Hyungmin Jun, Ph.D.

Multiphysics Systems Design Laboratory
Department of Mechanical System Engineering, Jeonbuk National University
Graduate School of Mechanical-Aerospace-Electric Convergence Engineering, JBNU
KAIST InnoCORE POSEIDON Center, KAIST

목차

1.1 선으로 보는 모델 (Line Models) 03

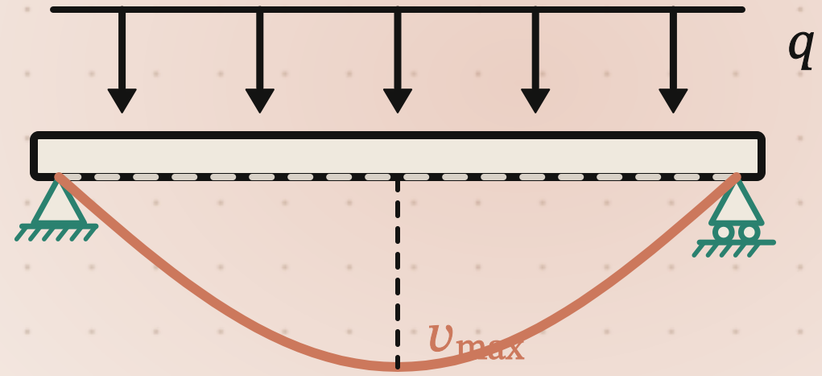
1.2 면과 입체로 보는 모델 (Surface and Solid Models) 11

1.3 파손 판정 (Failure Assessment) 21

1.1

선으로 보는 모델

같은 물체도 선·면·입체 중 무엇으로 보느냐가 첫 결정이다: 먼저 선으로 보는 모델을 본다

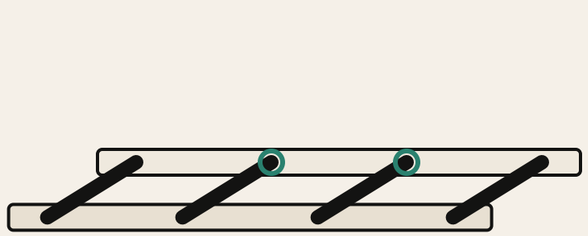


왜 실물을 모델로 바꾸나

■ 실물에는 치수와 용접과 구멍이 다 들어 있다.
■ 그중 무엇을 무시할지 고르는 일이 모델링이다.

실물: 치수·용접·구멍 전부

①

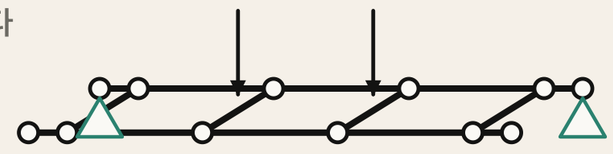


용접 이음(초록) · 구멍 · 모서리 라운드

가정을 고른다 → 사람

모델: 선 + 재료 + 하중

②



선 하나 = 부재 하나 · 점 하나 = 이음

푼다 → 컴퓨터

결과: 처짐·응력·안전계수

③

숫자 하나로 판정: 버티나, 못 버티나

가장 위험한 자리

① 에서 고른 가정이 답을 정한다: 메시를 촘촘히 해도 가정이 틀리면 틀린 답이 나온다

부재는 가늘다 · 용접은 꽉 잡는다 · 하중은 천천히 걸린다 · 재료는 탄성 범위

이것이 가정이다: 하나라도 깨지면 모델을 바꾼다

자동차 사다리 프레임: 용접과 구멍을 지우고 선 뼈대로 바꾼 뒤 결과를 읽는다

⚠ **흔한 오해**

메시를 촘촘히 하면 정확해진다고 믿는 것: 가정이 틀리면 메시를 아무리 줄여도 틀린 답에 가까워질 뿐이다.

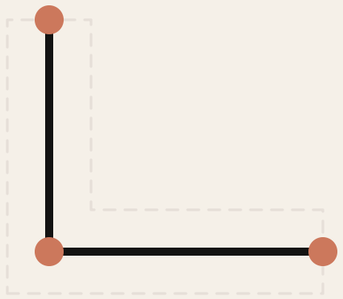
선·면·입체 중 무엇으로 볼까

MSDL MULTIPHYSICS SYSTEMS DESIGN LAB.
다중물리시스템연구실

■ 형상 비율이 모델을 고른다: **길면 선, 얇으면 면, 둘 다 아니면 입체**다.

① 선으로 본다

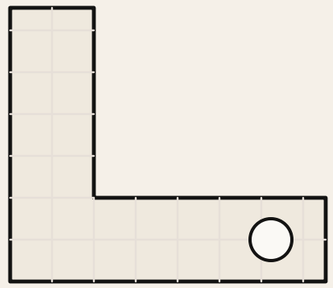
선 요소 · 길이만 남긴다



점선 = 원래 형상 · 미지수 가장 적다

② 면으로 본다

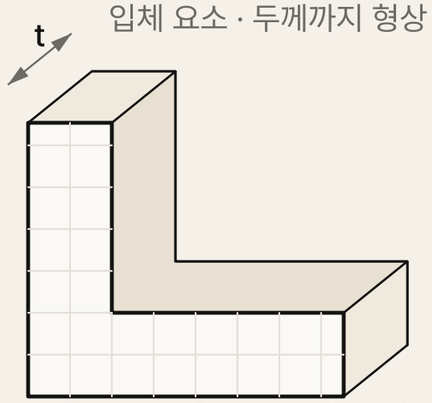
면 요소 · 두께는 숫자로



두께 방향은 미리 적분해 지운다

③ 입체로 본다

입체 요소 · 두께까지 형상



버릴 가정이 없다: 미지수가 가장 많다

같은 용접 브래킷을 세 가지로 본 것: 길이가 단면보다 10배 넘게 길면 선, 두께가 폭의 1/10 미만이면 면

어떤 모델이든 같은 다섯 질문에 답해야 한다

① 무엇인가 ② 언제 쓰나 ③ 무엇을 가정하나 ④ 가정이 깨지면 ⑤ 결과를 어떻게 읽나

바는 무엇이고 언제 쓰나

■ 핀으로 잇고 힘을 절점에만 걸면 부재는 **늘거나 줄기만** 한다.
■ 그렇게 짠 뼈대가 트러스(Truss)다.

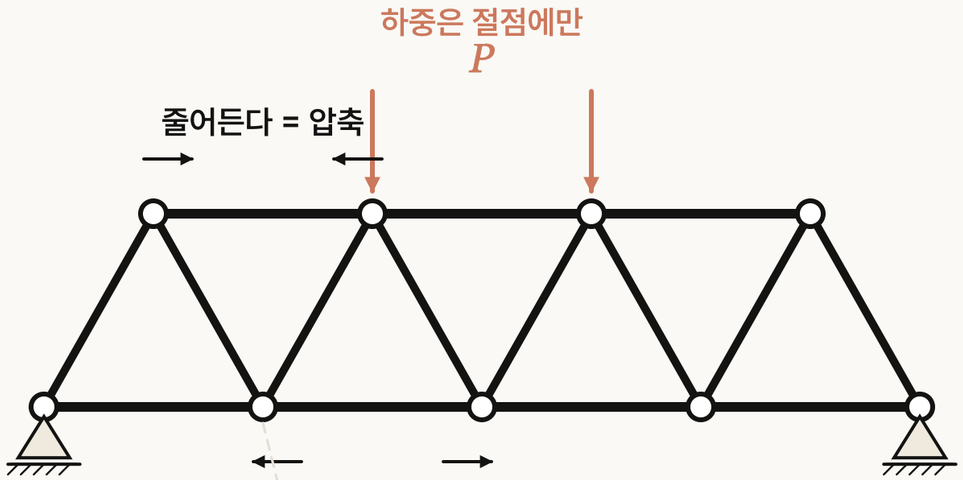


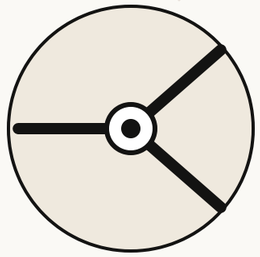
트러스 보행교: 가는 부재를 이어 중간 기둥 없이 건넌다

$$k = \frac{EA}{L}$$

EA 재료와 굵기: 크면 단단한 스프링이 된다

L 길이: 길면 무른 스프링이 된다





핀 절점: 돌아가게 둔다
모멘트를 전달하지 못한다

그래서 부재 하나는
스프링 한 개와 같다



단단한지 무른지만 다르다

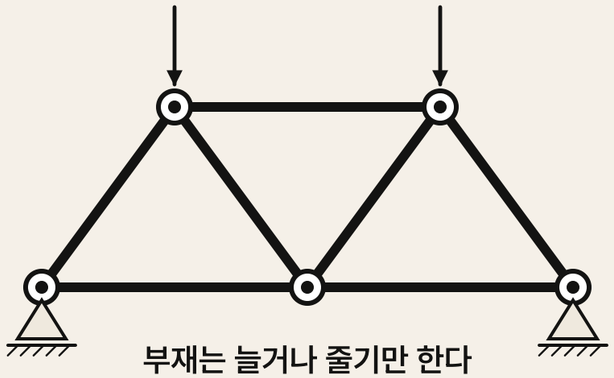
트러스 가정은 언제 깨지나

MSDL MULTIPHYSICS SYSTEMS DESIGN LAB.
다중물리시스템연구실

■ 용접으로 잇거나 부재 중간에 힘을 걸면 **모멘트가 생긴다**.
■ 그 순간 트러스가 아니라 프레임(Frame)이다.

① 핀으로 이었다

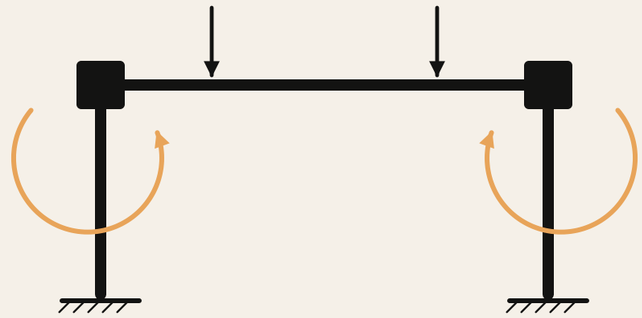
가정 성립



부재는 늘거나 줄기만 한다
선 하나 = 스프링 하나

② 용접으로 이었다

가정 깨짐



절점이 회전을 막아 모멘트가 생긴다
기둥과 보가 함께 휜다

③ 부재 중간에 하중

가정 깨짐



부재 자체가 휜다: 축력만으로 설명되지 않는다

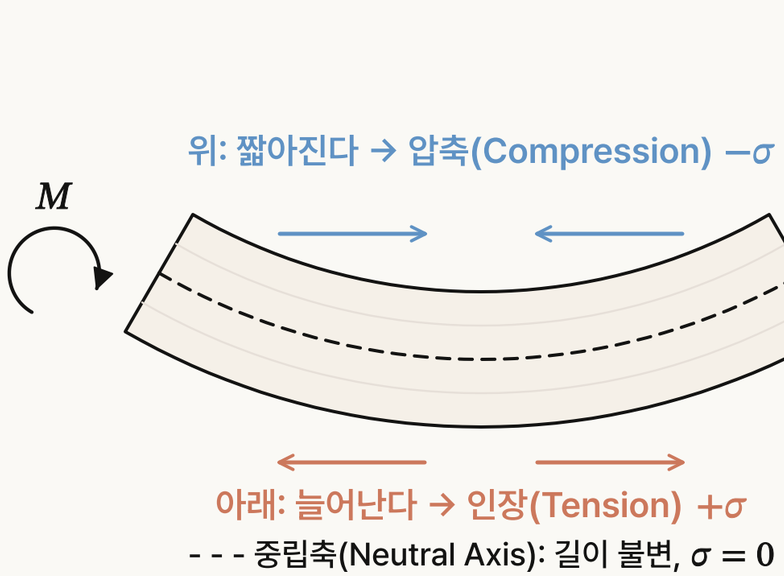
모멘트가 생기는 순간 트러스가 아니다: 보 요소를 붙여 프레임으로 푼다

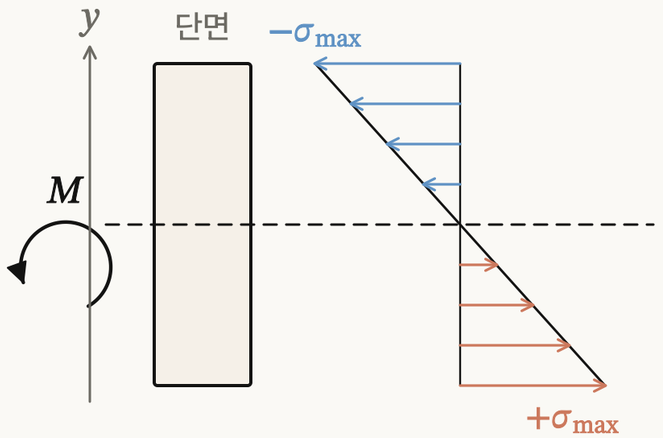
용접된 문형 프레임(Portal Frame)은 ② 에 해당한다: 기둥과 보가 함께 휜다

⚠ **흔한 실수**
실제로는 용접된 뼈대를 트러스로 풀어 처짐을 실제보다 작게 보는 것: 모멘트를 받는 부재가 가장 먼저 휜다.

굽힘은 무엇이 다른가

■ 굽히면 위는 짧아지고 아래는 늘어난다.
■ 응력은 중립축(Neutral Axis)에서 먼 만큼 커진다.





응력은 중립축 거리 y 에 비례 (직선)
→ 위는 −, 아래는 +, 맨 위·맨 아래에서 최대



책을 올린 선반: 널 위는 눌리고 아래는 당겨진다

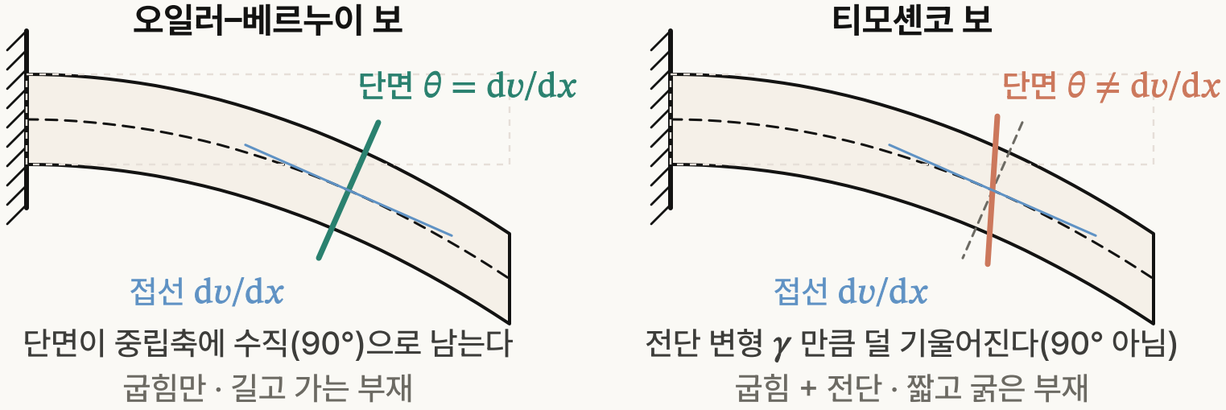
$$\sigma = \frac{My}{I}$$

- y 중립축에서 잰 거리: 맨 위와 맨 아래가 가장 위험하다
- I 단면 2차 모멘트(Second Moment of Area): 재료를 멀리 둘수록 커진다

보 가정은 언제 깨지나

MSDL MULTIPHYSICS SYSTEMS DESIGN LAB.
다중물리시스템연구실

■ 단면이 평면으로 남는다고 보면 오일러-베르누이 보(Euler-Bernoulli Beam)다.
■ 전단만큼 덜 기울면 티모셴코 보(Timoshenko Beam)다.



길이가 높이의 10배보다 짧고 굵으면 티모셴코로 본다

- 길고 가는 보는 전단이 처짐에 거의 기여하지 않는다: 단면을 수직으로 두어도 충분하다
- 짧고 굵은 보는 전단이 처짐의 큰 몫을 차지한다: 단면이 덜 기울게 풀어야 맞다
- 기준은 길이와 높이의 비 L/h 다: 10 보다 작으면 짧고 굵은 쪽으로 본다

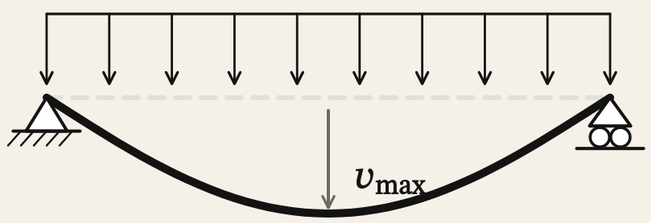
⚠ **흔한 오해**
짧고 굵은 축을 길고 가는 보처럼 풀어 처짐을 실제보다 작게 보는 것: 전단 몫이 빠진다.

선 모델에서 무엇을 읽나

■ 선 모델은 전체의 처짐·축력·모멘트를 준다: 연결부의 국부 응력은 주지 않는다.

① 처짐

얼마나 휘나

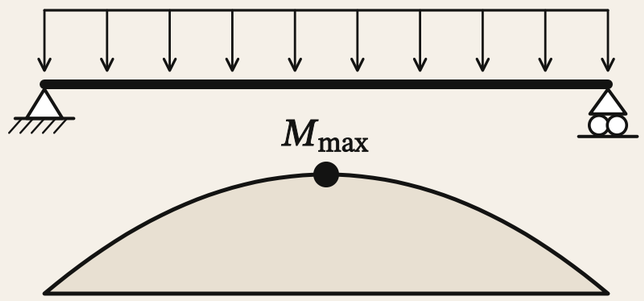


가운데가 가장 많이 내려간다

허용 처짐과 바로 비교한다

② 모멘트

어디가 가장 위험한가

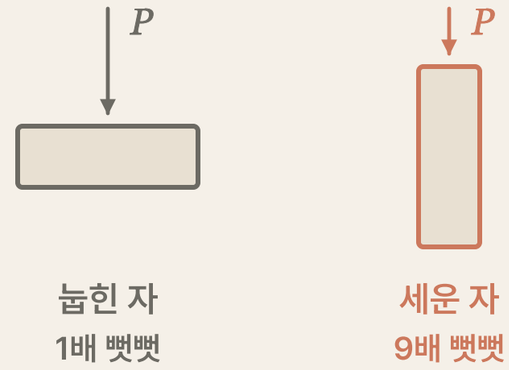


모멘트 선도

모멘트가 큰 자리의 응력을 본다

③ 약축

어느 쪽으로 휘나



같은 단면도 세우면 9배 뻣뻣하다

축력은 부재가 늘고 줄어든 양으로 읽는다: 트러스에서는 이 값 하나만 본다

약축을 먼저 본다

선반 널을 눕혀 달면 쉽게 처지고, 같은 널을 세워 달면 9배 뻣뻣하다: 선 모델은 어느 축으로 휘는지도 알려 준다.

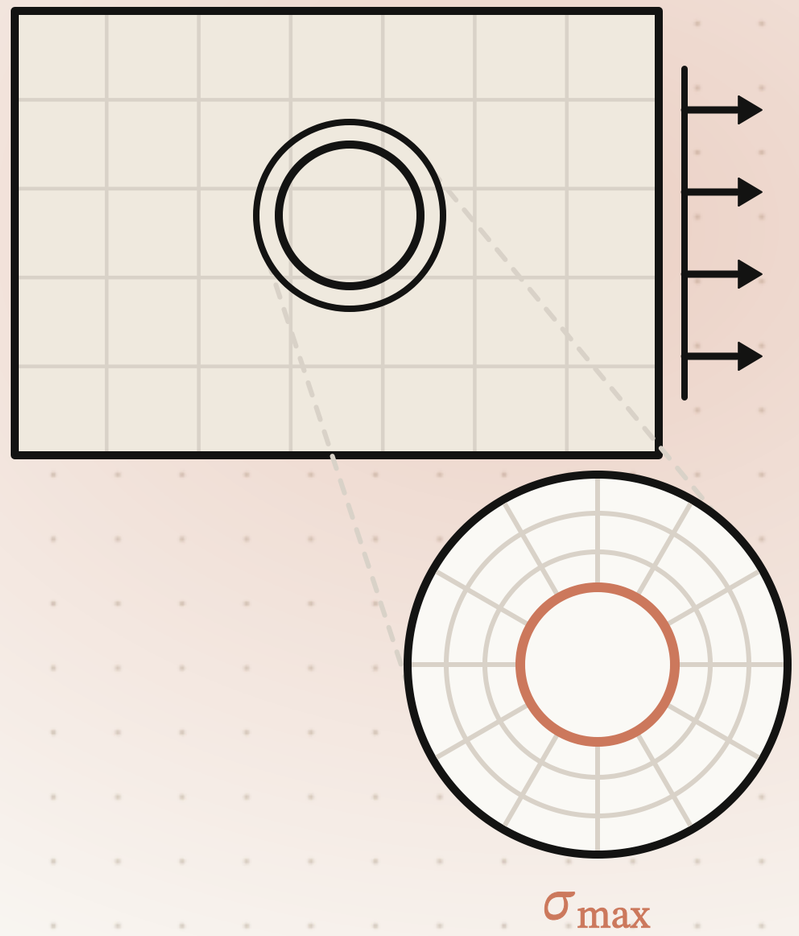
⚠ **흔한 실수**

선 모델의 최대 응력을 용접부 응력으로 그대로 쓰는 것: 그 자리는 면이나 입체로 다시 봐야 한다.

1.2

면과 입체로 보는 모델

앞 절에서 선 모델의 가정과 한계를 보았다 → 이 절에서 면(평면·판·쉘)과 입체로 넓힌다



왜 3차원을 2차원으로 줄이나

MSDL MULTIPHYSICS SYSTEMS DESIGN LAB.
다중물리시스템연구실

■ 얇은 판에 면내 하중만 걸리면 **평면 응력(Plane Stress)**이다.
■ 한 방향으로 길고 단면이 일정하면 **평면 변형률(Plane Strain)**이다.

I. 평면 응력

표면에서 비어 있는 두께 방향 응력 σ_z 를 판 안에서도 0 으로 본다.

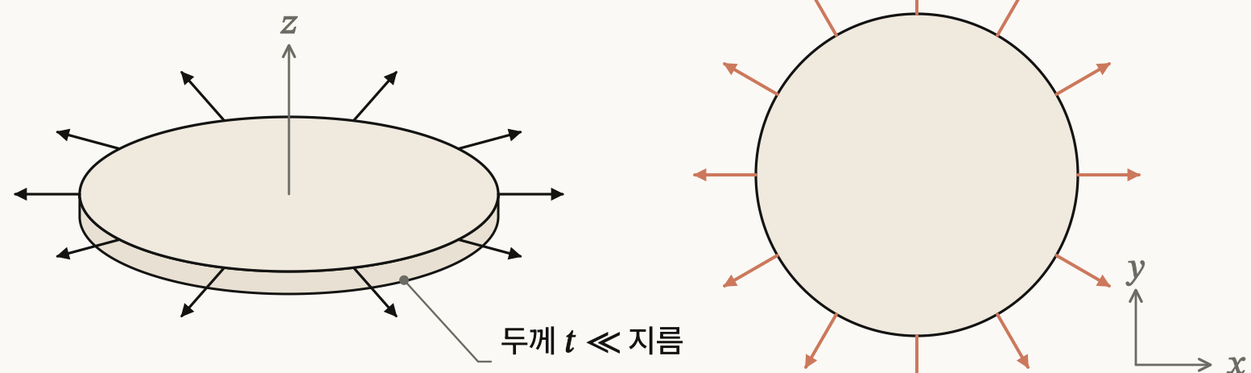
얇은 회전 디스크처럼 두께가 지름보다 훨씬 작은 부품이 여기 속한다.

II. 평면 변형률

길이 방향으로 늘어날 수 없으니 그 방향 변형률 ε_z 가 0 이다.

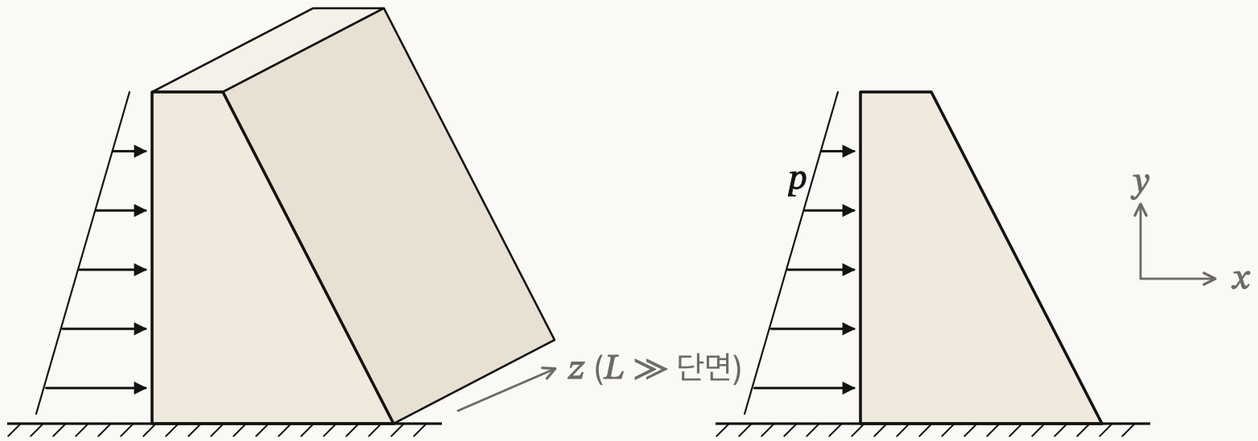
단면이 그대로 이어지는 저수지 댐이나 긴 관이 여기 속한다.

평면 응력: 얇은 판, 하중은 면내(x, y)



(a) 실제 구조물 (b) 2D 모델: 두께 t 를 따로 입력

평면 변형률: 긴 구조물, 단면·하중이 z 방향으로 일정



(a) 실제 구조물 (b) 2D 모델: 단위 두께 단면

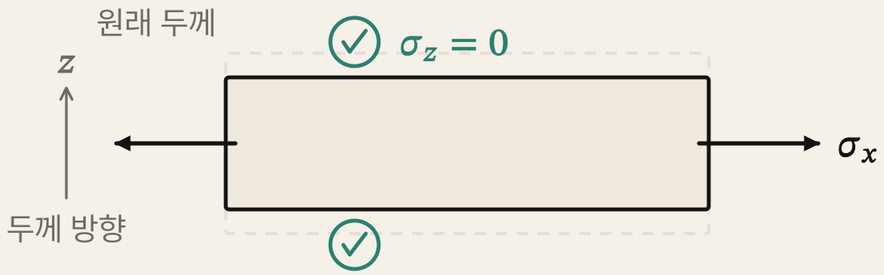
두 가정은 응력 상태가 어떻게 다른가

MSDL MULTIPHYSICS SYSTEMS DESIGN LAB.
다중물리시스템연구실

■ 평면 응력은 두께 방향 응력이 0 이고, 대신 판이 **얇아진다**.
■ 평면 변형률은 늘지 못해 두께 방향 응력이 **생긴다**.

평면 응력 (얇은 판)

위아래 면이 비어 있다

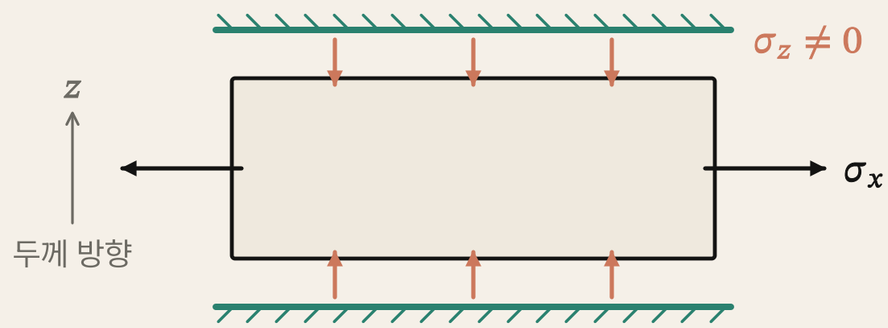


당기면 두께가 얇아진다: $\varepsilon_z \neq 0$

두께는 숫자로 입력한다

평면 변형률 (긴 구조물)

앞뒤가 꽉 막혀 있다



늘지 못하게 막는 응력이 생긴다: $\varepsilon_z = 0$

단위 두께 단면으로 푼다

두 가정은 서로 반대다

한쪽은 두께 방향을 자유롭게 두고 응력을 포기하고, 다른 쪽은 두께 방향을 묶고 변형을 포기한다: 면내 결과도 그만큼 달라진다.

⚠ **흔한 오해**

두꺼운 플랜지를 평면 응력으로 보는 것: 얇지도 않고 길지도 않으면 둘 다 아니다. 그때는 입체로 푼다.

응력 집중과 특이점은 다르다

■ 메시를 촘촘히 했는데 최대 응력이 계속 커진다면, 그 값은 답이 아니라 **특이점**이다.

응력 집중(Stress Concentration)

구멍이나 필렛처럼 형상이 급히 변하는 곳에서 국부 응력이 오른다.

세분하면 **유한한 값으로 수렴**한다: 넓은 판의 원형 구멍이면 응력이 약 3배다.

응력 특이점(Stress Singularity)

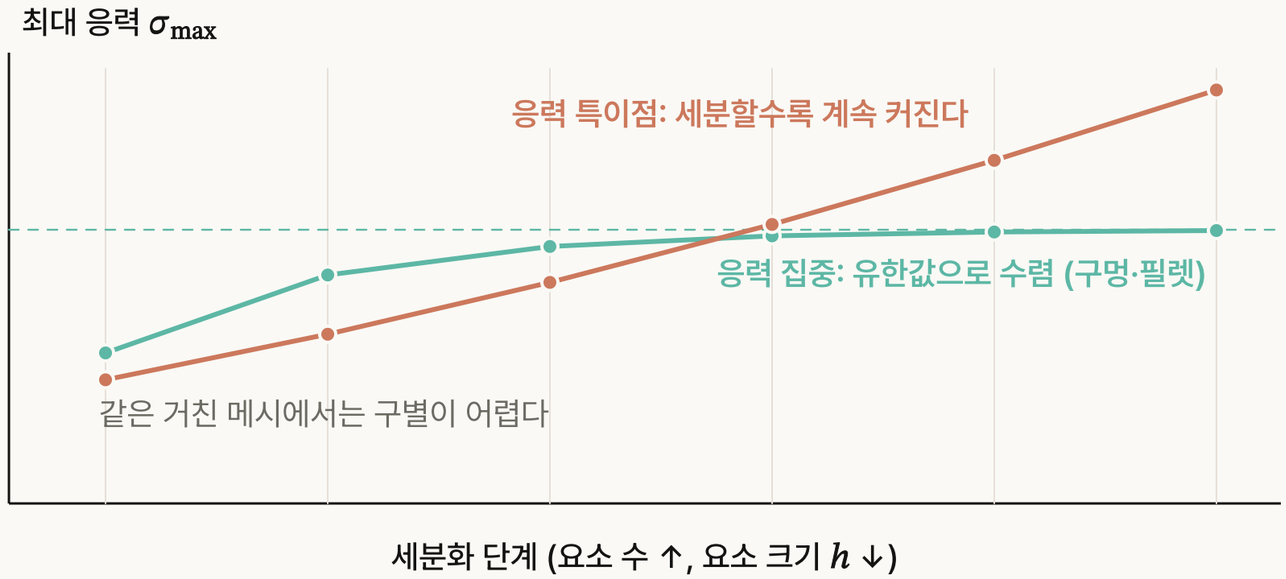
점 하중, 점 구속, 둥글리지 않은 오목 모서리는 면적 0 에 힘이 걸린 꼴이다.

세분할수록 **값이 계속 커진다**: 수렴 그래프가 눕지 않는다.

어떻게 하나

필렛을 형상에 넣고, 하중과 구속은 점이 아니라 면이나 모서리에 건다.

특이점을 뺀 영역에서 값이 수렴하는지 확인한 뒤 읽는다.



세분화 단계에 따른 최대 응력: 응력 집중은 눕고 특이점은 계속 올라간다



세분화해도 그래프가 눕지 않으면 먼저 특이점을 의심한다

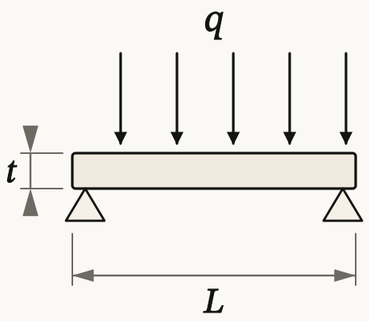
판은 무엇을 버렸나

■ 판은 두께 방향을 미리 지우고 **처짐 하나로** 푼다.
■ 그래서 두께가 조금만 두꺼워져도 훨씬 뻣뻣해진다.

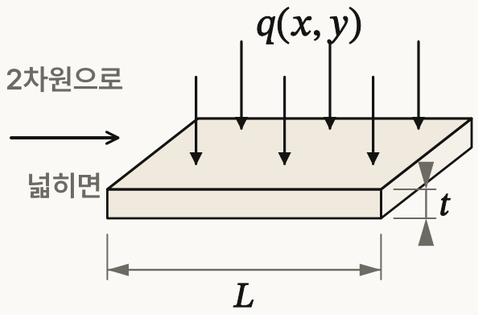
1 보(Beam) · 1차원
선 위의 처짐 $v(x)$

2 판(Plate) · 2차원 평면
면 위의 처짐 $w(x, y)$

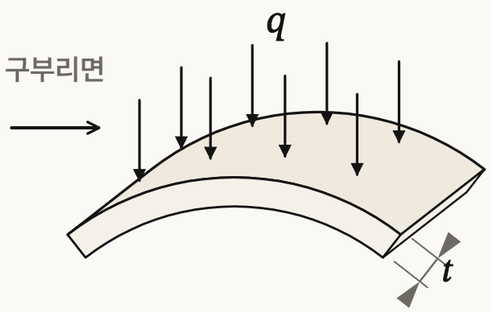
3 쉘(Shell) · 2차원 곡면
곡면 위의 처짐 + 막 힘



굽힘 EI · 단면은 점



면외 하중을 굽힘으로 견딘다



곡률 → 막 힘 + 굽힘으로 견딘다

공통: 두께 $t \ll$ 폭 L $(t/L < 1/10)$ → 두께를 지우고 면으로 푼다



압력 용기와 캔: 벽이 얇으면 면 하나로 본다

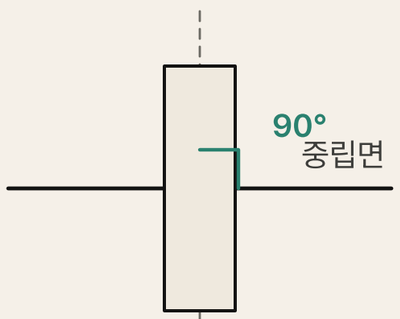
- 두께를 2배로 하면 8배 뻣뻣해진다: 같은 하중에서 처짐은 1/8 로 준다
- 책받침은 쉽게 휘지만 같은 넓이의 유리판은 꿈쩍하지 않는다: 두께 차이 때문이다

판 가정은 언제 깨지나

MSDL MULTIPHYSICS SYSTEMS DESIGN LAB.
다중물리시스템연구실

■ 두께가 폭의 1/10 을 넘으면 전단이 들어와 **민들린 판(Mindlin Plate)**으로 간다.

① 변형 전



단면은 중립면에
수직이다

② 얇은 판

두께가 폭의 1/10 미만

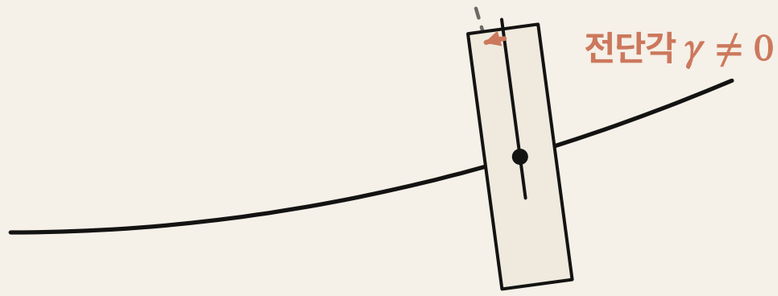
키르히호프 판

단면이 휜 중립면에 계속 수직이다

미지수는 처짐 하나

③ 두꺼운 판

두께가 폭의 1/10 이상



민들린 판

전단만큼 덜 기울어 수직이 깨진다

단면 회전이 따로 미지수

보의 오일러–베르누이와 티모셴코가 그랬듯, 두꺼워지면 전단이 들어온다

기준은 두께와 폭의 비

비 t/L 가 1/10 보다 작으면 박판 이론(Thin Plate Theory)으로 충분하고, 그보다 두꺼우면 전단을 넣어야 처짐이 맞는다.

⚠ **사례**

기계를 받치는 두꺼운 베이스 플레이트: 얇은 판으로 풀면 처짐이 실제보다 작게 나온다.

쉘 결과는 어디를 보나

MSDL MULTIPHYSICS SYSTEMS DESIGN LAB.
다중물리시스템연구실

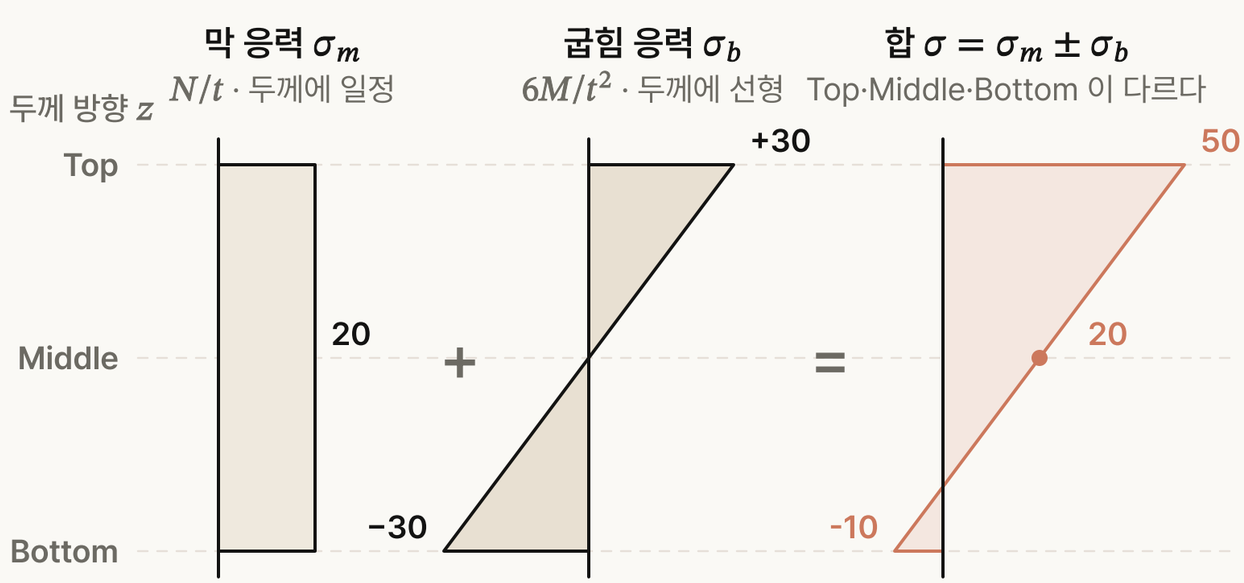
■ 겉면 응력은 막 응력(Membrane Stress)과 굽힘 응력의 합이다.
■ 그래서 Top·Middle·Bottom 중 어디를 볼지 먼저 고른다.

$$\sigma_{\text{top}} = \sigma_m + \sigma_b$$

σ_m 막 응력: 두께 전체에 똑같이 걸린 몫

σ_b 굽힘 응력: 한 면은 인장, 반대 면은 압축으로 더해지는 몫

- Top 과 Bottom 의 차이가 크면 그 자리는 굽힘이 지배한다
- 둘이 거의 같으면 막 힘(Membrane Force)만 걸린 것이다
- 음료 캔 벽은 막이 지배하고, 바닥 둘레는 굽힘이 지배한다



예: $\sigma_m = 20\,\text{MPa}$, $\sigma_b = 30\,\text{MPa}$ → Top 50 · Middle 20 · Bottom −10 MPa
부호가 바뀌면 인장 ↔ 압축: Top/Bottom 결과는 둘 중 절댓값이 큰 쪽을 본다

면으로 보면 안 되는 때

■ 두껍거나 두께가 불균일하면 **중립면(Midsurface)을 한 자리에 둘 수 없다**.
■ 그때는 처음부터 입체로 푼다.

① 얇고 두께가 일정

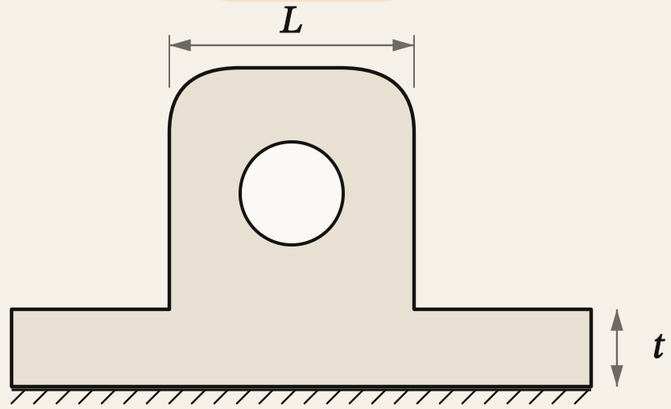
면으로 푼다



두께 t 는 속성으로 준다

② 두꺼운 주조 덩어리

면이 안 된다



두께가 폭에 비해 두껍다: $t/L \approx 1/3$

③ 두께가 불균일

면이 안 된다

중립면을 한 자리에 둘 수 없다

②·③ 은 두께를 지울 수 없다: 입체 요소로 푼다

면 모델의 전제

두께를 지우는 대신 두께 중앙에 면 하나를 놓는다: 그 면이 한 자리에 정해져야 두께를 숫자로 줄 수 있다.

⚠ **사례**

주조 브래킷은 살이 두껍고 자리마다 두께도 다르다: 면으로 바꾸려 애쓰지 말고 입체로 본다.

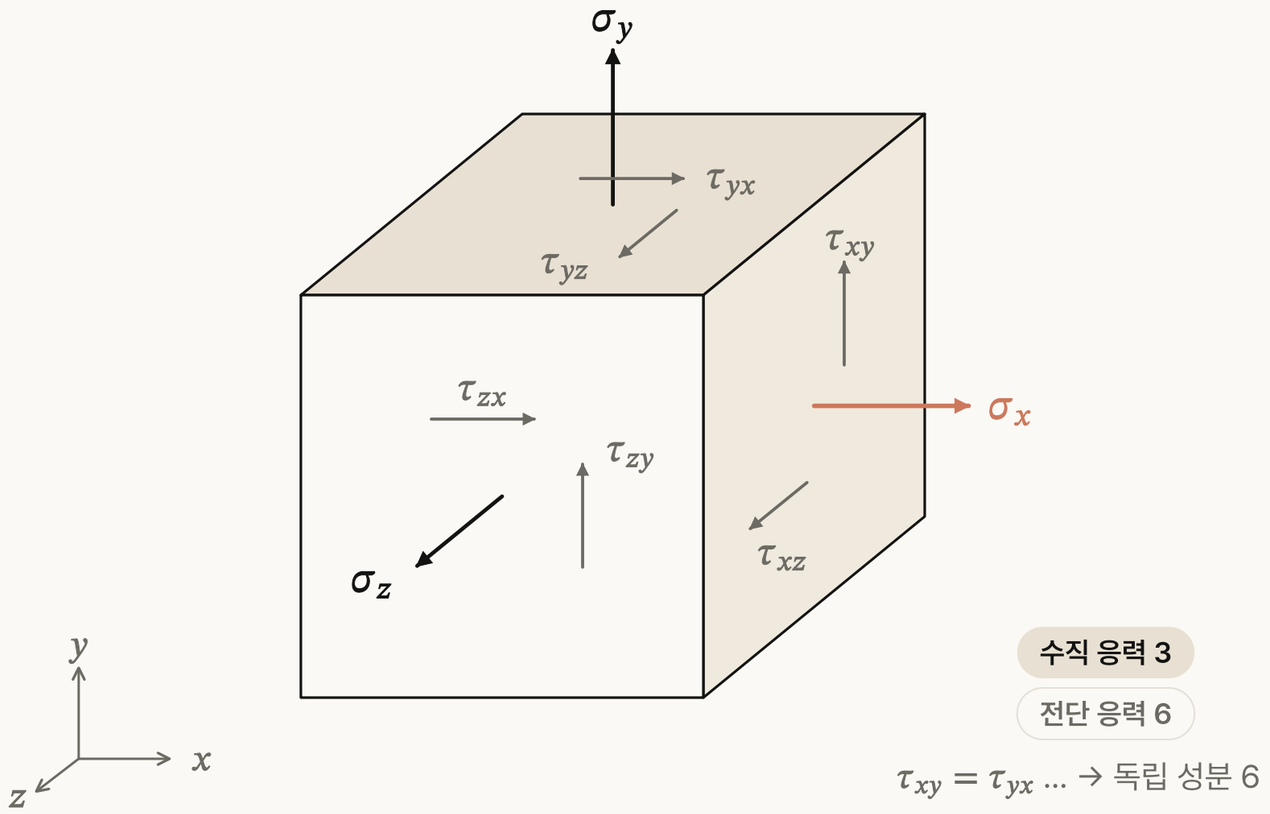
입체로 가면 무엇이 더해지나

■ 입체 모델은 버릴 가정이 없다: 한 점의 응력이 성분 6개로 전부 남는다.

- 면을 밀거나 당기는 수직 응력 3개와 면을 미끄러뜨리는 전단 응력 3개가 남는다
- 전단은 짝을 이룬다($\tau_{xy} = \tau_{yx}$): 9개를 세어도 독립은 6개다
- 절점마다 미지수가 3개라 같은 부품도 자유도(Degrees of Freedom, DOF)가 수십만 개로 늘어난다

그래서 언제 쓰나

엔진 블록처럼 살이 두껍거나, 구멍 둘레와 접촉면의 국부 응력을 꼭 봐야 할 때만 쓴다: 비용을 치르는 선택이다.



그래서 무엇으로 볼까

■ 고르는 순서가 있다: **형상 비율 → 묻는 것 → 비용**이다.

① 형상 비율을 재 본다
길이 · 폭 · 두께

한 방향으로 길다: $L/h > 10$	두께가 얇다: $t/L < 1/10$	둘 다 아니다
선 모델 바 · 보 · 프레임	**면 모델** 평면 · 판 · 쉘	**입체 모델** 덩어리 전부
얻는 것: 처짐 · 축력 · 모멘트 못 보는 것: 연결부 국부 응력은 못 본다	**얻는 것: 면내 응력 · Top/Bottom** 못 보는 것: 가정이 깨지면 틀린 답이 나온다	**얻는 것: 한 점의 응력 6성분** 못 보는 것: 자유도가 수십만 개로 커진다

면 모델: 되면 가장 먼저 쓴다

② 무엇을 묻는지 다시 본다(전체 처짐이면 선·면으로 충분, 국부 응력이면 입체) · ③ 같은 답이면 싼 쪽을 쓴다

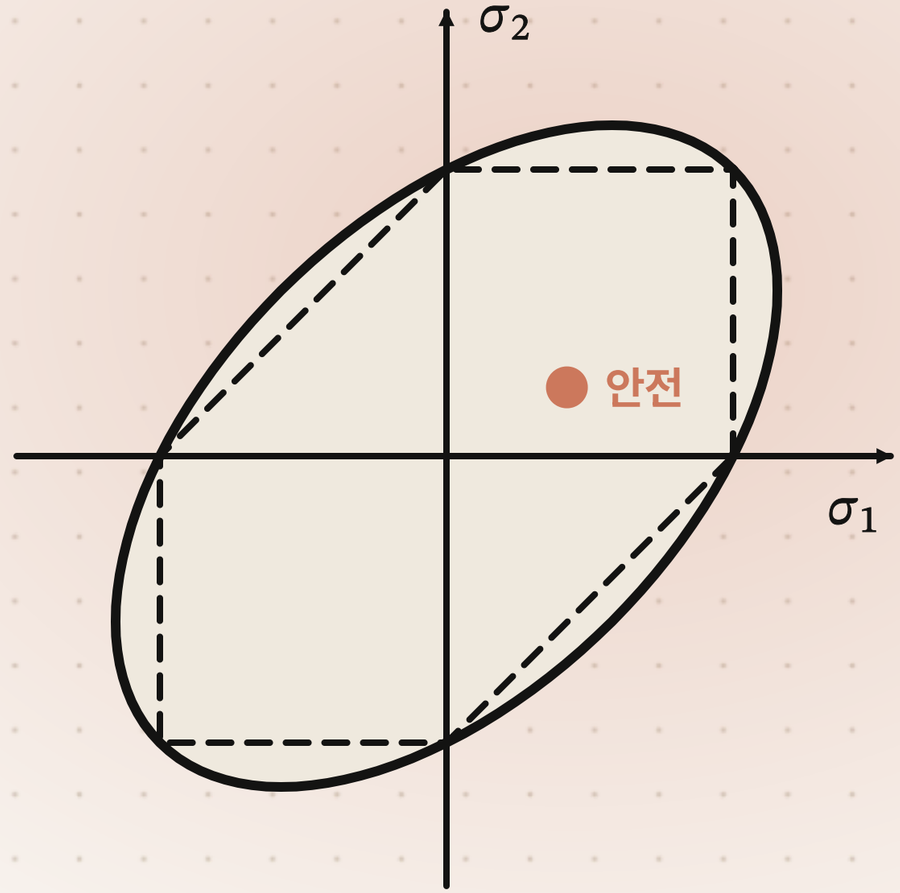
기준	선 모델	면 모델	입체 모델
비용	가장 싸다	중간	가장 비싸다
같은 브래킷이면	전체 처짐을 10초에	면내 응력을 1분에	구멍 둘레 응력을 10분에
흔한 실수	**용접부 응력을 여기서 읽는 것**	**두꺼운 부품을 얇은 판으로 보는 것**	**전체 처짐만 보려고 쓰는 것**

1부 구조해석

1.3

파손 판정

앞 절까지 응력을 구했다 → 이 절에서 그 응력으로 부서질지 판정한다

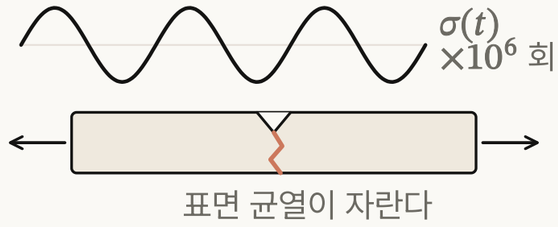


구조물은 세 가지로 부서진다

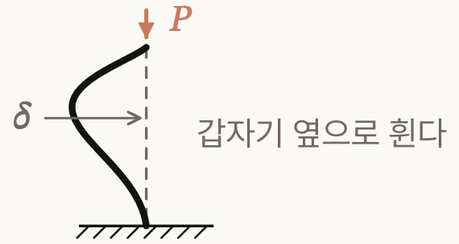
■ 구조물은 세 가지 방식으로 부서진다.
■ 너무 세게(정적), 반복해서(피로), 가늘어서 휘어(좌굴) 부서진다.



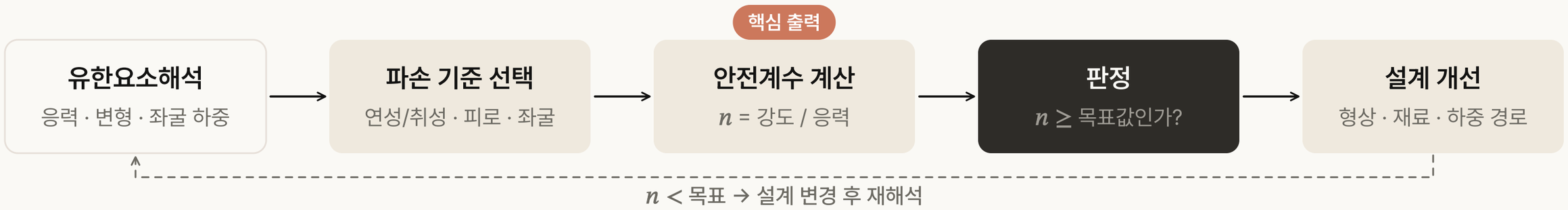
① 정적 파손
한 번에 세게 걸면 영구 변형이 남거나 끊어진다: 캔을 손으로 찌그러뜨리는 쪽이다.



② 피로 파손(Fatigue Failure)
작은 힘도 수만 번 반복되면 균열이 자라 갑자기 부러진다: 클립을 구부렸다 펴는 쪽이다.



③ 좌굴 파손(Buckling Failure)
가늘고 긴 부재를 누르면 응력이 작아도 옆으로 크게 휜다: 빈 캔을 밟는 쪽이다.



세 가지는 따로 판정한다: 정적은 응력의 크기로, 피로는 반복 횟수로, 좌굴은 하중이 임계값의 몇 배인지로 본다.

응력에서 파손 판정까지 어떻게 가나

■ 여러 방향으로 걸린 응력을 한 숫자로 바꾼다.
■ 그 숫자를 재료 강도와 비교해 안전계수(Safety Factor)를 얻는다.



$$n = \frac{S}{\sigma_e}$$

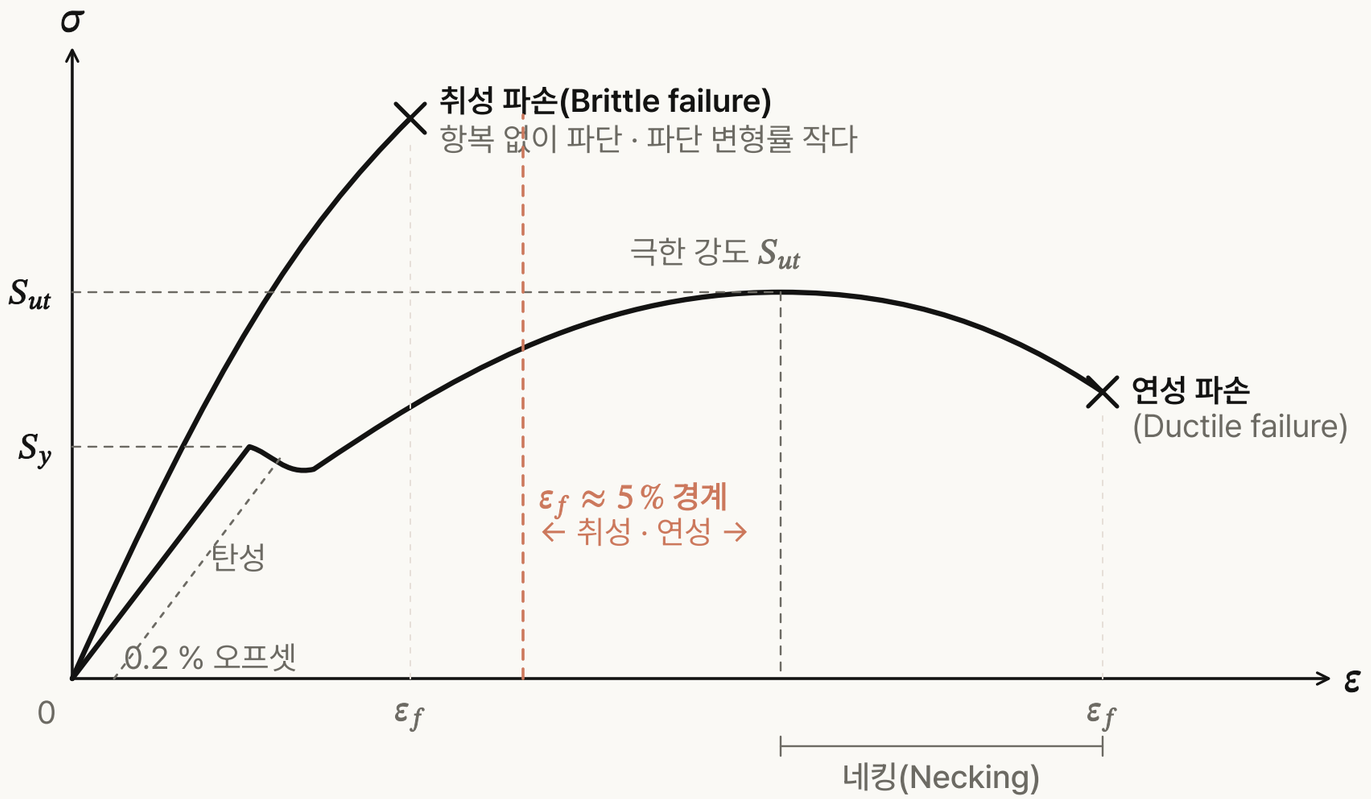
- S 재료 강도: 단축 인장 시험에서 얻은 한 숫자
- σ_e 등가 응력(Equivalent Stress): 다축 상태를 환산한 한 숫자

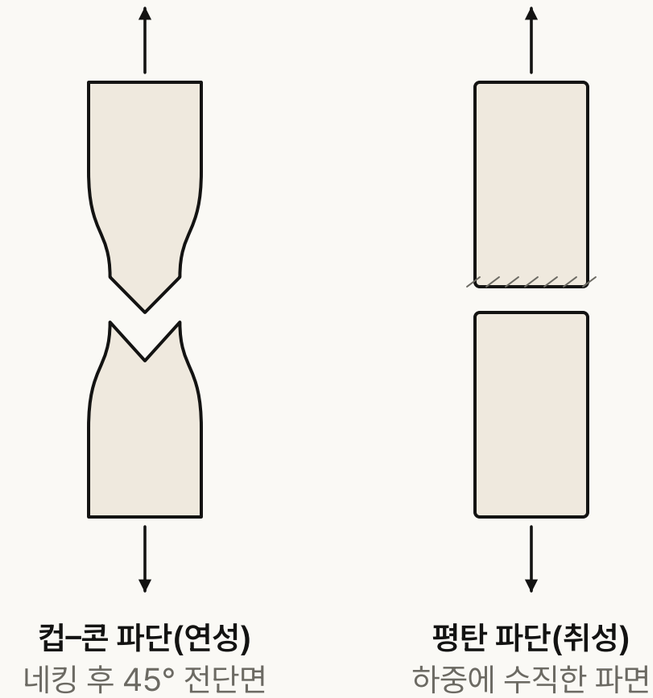
숫자로 보면

강도 250 MPa, 등가 응력 160 MPa 이면 안전계수는 1.56 이다: 1 보다 크면 버티고, 설계에서는 보통 1.5 에서 3 사이를 목표로 둔다.

연성과 취성은 기준이 다르다

■ 연성 재료(Ductile Material)는 **전단으로 미끄러져** 깨진다.
■ 취성 재료(Brittle Material)는 **인장으로 쪼개져** 깨진다.





연성: 알루미늄 브래킷
항복한 뒤에도 한참 늘어나다 네킹이 생기고 45도 전단면으로 끊어진다: 등가 응력으로 판정한다.

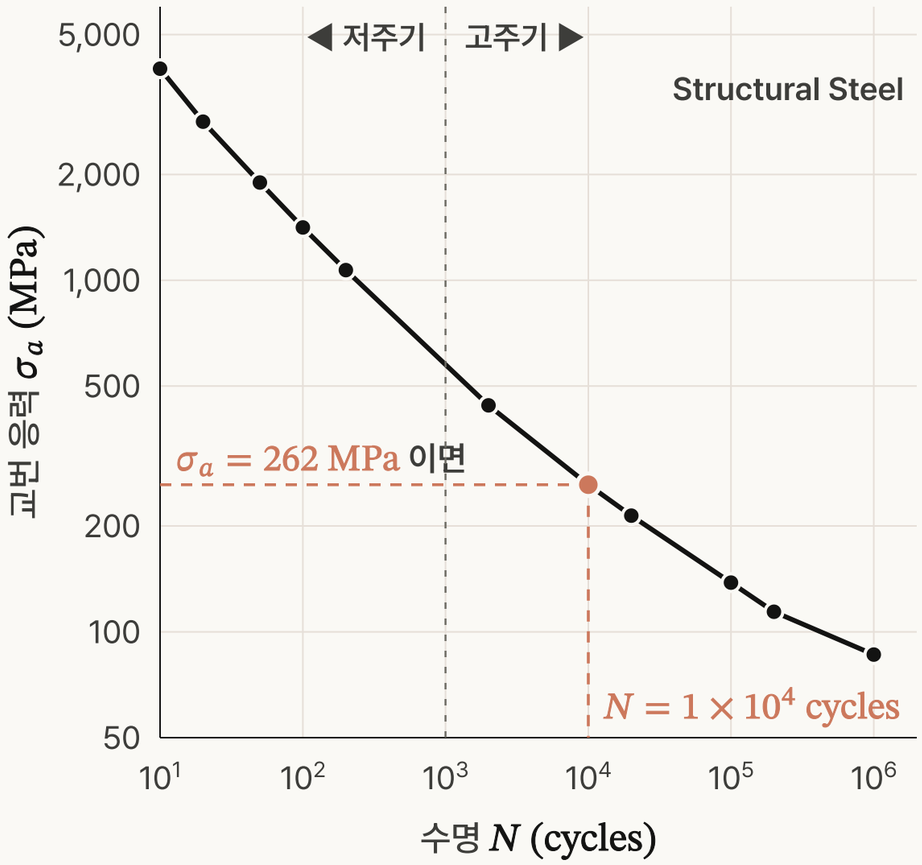
취성: 주철 하우징
거의 늘어나지 않고 하중에 수직한 평탄면으로 쪼개진다: 가장 큰 인장 주응력(Principal Stress)으로 판정한다.

⚠ **흔한 오해**
취성 재료에 등가 응력을 쓰는 것: 전단을 보는 척도라 인장으로 깨지는 재료에는 맞지 않는다.

항복 이하인데 왜 부러지나

MSDL MULTIPHYSICS SYSTEMS DESIGN LAB.
다중물리시스템연구실

■ 항복 강도보다 작은 응력도 **수만 번 반복되면** 부러진다.
■ 반복 횟수가 재료의 강도를 깎는다.



S-N 데이터 11점

N (cycles)	σ_a (MPa)
10	3,999
20	2,827
50	1,896
100	1,413
200	1,069
2,000	441
10,000	262
20,000	214
100,000	138
200,000	114
1,000,000	86.2



피로 파단면: 균열이 자란 자리에 줄무늬가 남는다

클립을 구부려 보면

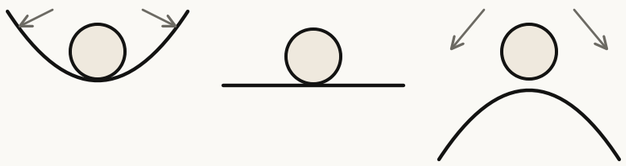
한 번에는 끊어지지 않지만 열 번쯤 구부렸다 펴면 끊어진다. 철도 차축도 같은 일을 수백만 번 겪는다: 강은 10^6 회 부근에서 곡선이 수평이 되고, 그 아래 응력이면 사실상 무한히 버틴다.

좌굴은 강도가 아니라 강성이다

MSDL MULTIPHYSICS SYSTEMS DESIGN LAB.
다중물리시스템연구실

■ 임계 하중(Critical Load)은 **형상과 길이**가 정한다.
■ 항복 강도는 이 식에 들어오지 않는다.

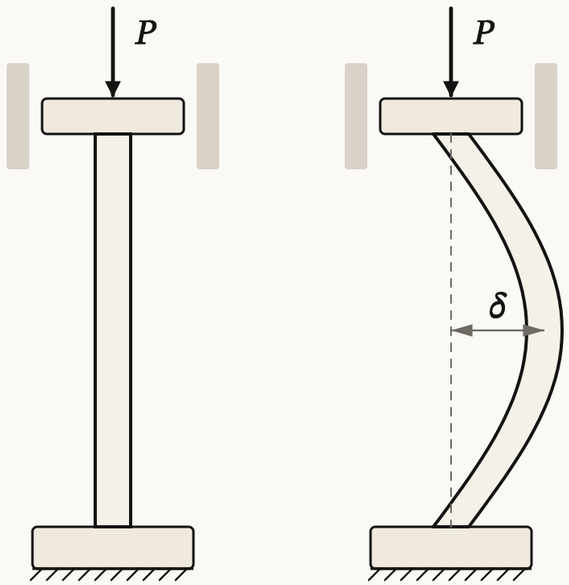
평형의 안정성



안정 평형	중립 평형	불안정 평형
$P < P_{cr}$	$P = P_{cr}$	$P > P_{cr}$

미소 교란 후 제자리로 돌아오면 안정,
돌아오지 못하면 불안정
좌굴 = 안정 → 불안정 평형으로의 전이

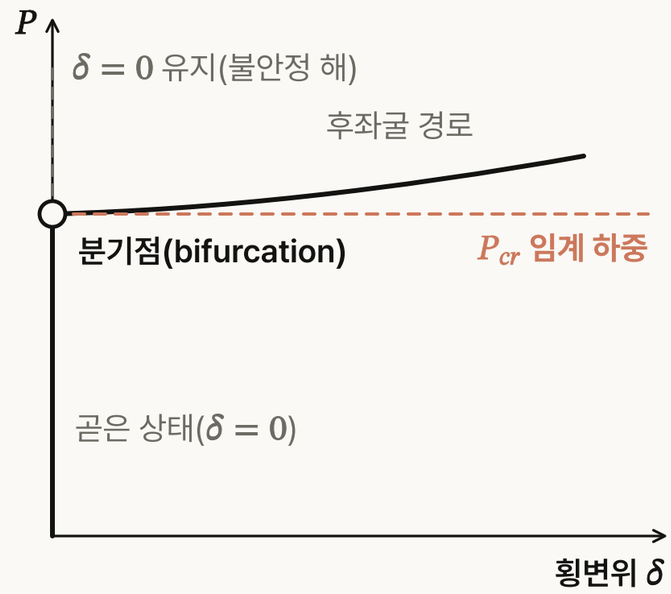
가느다란 기둥의 좌굴



(a) 곧은 압축
$P < P_{cr}$ · 축 압축만

(b) 좌굴(횡방향 휨)
$P > P_{cr}$ · 굽힘 변형 급증

하중–횡변위 선도



$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$$

EI 재료의 뻣뻣함과 단면 모양: 약한 축으로 먼저 휜다

KL 유효 길이: 양 끝을 어떻게 잡아 두었는지가 정한다

빈 캔을 밟아 보면

알루미늄은 세게 당겨도 잘 안 끊어지지만, 빈 캔 벽은 가볍게 밟아도 접힌다. 재료를 더 센 것으로 바꿔도 뻣뻣함이 같으면 임계 하중은 그대로다: 두껍게 하거나 짧게 잡아야 올라간다.

기계설계 · 1부 구조해석

감사합니다

질문과 토론

Hyungmin Jun, Ph.D. hjun@jbnu.edu msdl.jbnu.ac.kr